Übungen zur Wirtschaftspolitik

Übungsblatt 6

1. Angenommen, zwei Personen entscheiden über die Bereitstellung eines öffentlichen Gutes G, das ihnen beiden zugute kommt. Die Nutzenfunktionen der beiden Individuen seien dabei wie folgt gegeben:

$$u_1(G, x_1) = \gamma G^{\alpha} x_1^{1-\alpha}, \quad \gamma > 0, \quad \alpha = \frac{1}{3}$$
$$u_2(G, x_2) = \delta G^{\beta} x_2^{1-\beta}, \quad \delta > 0, \quad \beta = \frac{1}{4}.$$

Ferner sei unterstellt, daß für eine Einheit des öffentlichen Gutes genau eine Einheit des privaten Gutes x aufgegeben werden muß. Die beiden Personen müssen nun darüber entscheiden, wieviel jeder zu dem öffentlichen Gut beiträgt. Mit g_1 als Beitrag von Person 1 und g_2 als Beitrag von Person 2 gilt somit: $G = g_1 + g_2$. Mit x_1 und x_2 seien demgegenüber die jeweils konsumierten Mengen des privaten Gutes x bezeichnet. Die Anfangsausstattungen w_1 und w_2 an dem privaten Gut x seien vorgegeben. Im folgenden sei nun zunächst davon ausgegangen, daß die beiden Individuen unabhängig voneinander, also ohne gegenseitige Absprache, ihre jeweilige Entscheidung bezüglich g_1 und g_2 treffen.

(a) Bestimmen Sie die Reaktionskurven der beiden Personen, also die optimale Wahl von g_1 durch Person 1 bei gegebener Menge von g_2 und umgekehrt die optimale Wahl von g_2 durch Person 2 bei gegebener Menge von g_1.

(b) Zeichnen Sie die beiden Reaktionskurven ($g_1^*(g_2)$ und $g_2^*(g_1)$) in ein Diagramm mit g_2 auf der horizontalen und g_1 auf der vertikalen Achse. Welche Konstellationen sind grundsätzlich möglich und wovon hängen sie ab?

(c) Berechnen Sie nun das Nash-Gleichgewicht (g_1^{Nash}, g_2^{Nash}) für den Fall, daß beide Werte strikt positiv sind.

(d) Gehen Sie von dem in (c) angenommenen Fall aus (also $g_1^{Nash} > 0$ und $g_2^{Nash} > 0$) und überprüfen Sie, ob die Samuelson-Bedingung hierbei erfüllt ist. Falls nicht, wie wäre das zu erklären?

(e) Wie könnte unter den gegebenen Umständen eine effiziente Lösung zustandekommen und weshalb ist es in der Regel aber doch der Staat, der öffentliche Güter bereitstellt?

2. Gegeben sei eine aus drei Personen bestehende Mini-Ökonomie, in welcher über das Bereitstellungsniveau eines öffentlichen Gutes entschieden werden soll. Die Nutzenfunktion jedes Individuums i sei wie folgt gegeben:

$$U_i = \ln(x_i) + \frac{1}{3}\ln(G), \qquad i = 1, 2, 3$$

mit x_i als von Individuum i konsumierter Menge des privaten Gutes und G als Umfang des öffentlichen Gutes. Die Anfangsausstattungen der Individuen seien mit

$$w_1 = 5, \quad w_2 = 6, \quad w_3 = 9$$

gegeben. Die – hier konstanten – Grenzkosten einer Einheit des öffentlichen Gutes seien mit $GK = 2$ gegeben, d.h. für jede Einheit des öffentlichen Gutes (G) müssen 2 Einheiten des privaten Gutes (x) aufgegeben werden.

(a) Angenommen, der Staat kennt sowohl die Präferenzen als auch die Anfangsausstattungen der Wirtschaftssubjekte und trifft seine Entscheidung auf Basis einer utilitaristischen sozialen Wohlfahrtsfunktion. Welcher Umfang für das öffentliche Gut G resultiert hieraus und wie sehen die Konsumptionsniveaus des privaten Gutes x_i und die Finanzierungsbeiträge $t_i \quad (i = 1, 2, 3)$ für die drei Individuen aus?

(b) Welche Lösung ergibt sich demgegenüber im Rahmen des Lindahl-Gleichgewichts? – Hinweise:

- Zeigen Sie zunächst (unter Zugrundelegung der gegebenen Nutzenfunktion), daß im vorliegenden Fall die Grenzzahlungsbereitschaft (GZB_i) jedes der drei Individuen

$$GZB_i = \frac{1}{3} \cdot \frac{x_i}{G} = \frac{1}{3} \cdot \frac{w_i - p_i G}{G}$$

  beträgt, wobei p_i denjenigen Geldbetrag darstellt, der *pro Einheit* des öffentlichen Gutes G von Person i zu entrichten ist.
- Überlegen Sie anschließend, in welcher Beziehung GZB_i und p_i im Rahmen des Lindahl-Ansatzes zueinander stehen und nutzen Sie diesen Zusammenhang in vorstehender Gleichung aus.
- Beziehen Sie abschließend noch die Finanzierungsbedingung in Ihre Überlegungen ein und bestimmen Sie daraus G, p_i und $x_i \quad (i = 1, 2, 3)$. (Beachten Sie dabei, daß die Gesamtkosten für das öffentliche Gut $GK \cdot G \overset{\text{hier}}{=} 2 \cdot G$ betragen.)

(c) Vergleichen Sie die beiden Lösungen aus (a) und (b) miteinander. Was fällt auf?

(d) Gehen Sie nun von einer anderen Verteilung der Anfangsausstattungen aus, wobei deren Summe jedoch unverändert bleiben soll (also z.B.: $w_1 = 3, w_2 = 7$ und $w_3 = 10$). Überlegen Sie – ohne viel zu rechnen – wie sich dies auf die Ergebnisse aus (a) und (b) auswirken wird.

(e) Welche Konsequenzen hätte es demgegenüber, wenn sich die drei Individuen hinsichtlichtlich ihrer relativen Wertschätzung für das öffentliche Gut voneinander unterschieden? Gehen Sie wieder von den ursprünglichen Werten für die Anfangsausstattungen w_i aus (also $w_1 = 5, w_2 = 6$ und $w_3 = 9$), aber jetzt von folgenden Nutzenfunktionen:

$$U_1 = \ln(x_1) + \frac{1}{2}\ln(G), \quad U_2 = \ln(x_2) + \frac{1}{3}\ln(G), \quad U_i = \ln(x_3) + \frac{1}{6}\ln(G)$$

Vergleichen Sie auch hier den Fall einer utilitaristischen SWF mit dem Lindahl-Gleichgewicht. Hinweise:

- Bevor Sie im ersten Fall eventuell anfangen, zu rechnen, vergleichen Sie zunächst die resultierende Zielfunktion des Sozialplaners mit der aus Aufgabenteil (a).
- Für die Grenzzahlungsbereitschaften im Zusammenhang mit der Ermittlung des Lindahl-Gleichgewichts können Sie die Formel aus (b) benutzen. Sie müssen dort lediglich den Faktor "$\frac{1}{3}$" durch den jeweiligen Bruch vor "$\ln(G)$" in der entsprechenden Nutzenfunktion ersetzen.