

Übungen zur Wirtschaftspolitik

Übungsblatt 3

1. Ein Sozialplaner steht vor der Aufgabe, eine Gütermenge von $\bar{x} = 20$ Einheiten so auf drei Individuen zu verteilen, daß eine auf deren Präferenzen basierende utilitaristische soziale Wohlfahrtsfunktion maximiert wird. Sei mit x_i die Menge bezeichnet, die Individuum i bekommt. Die Nutzenfunktionen $U_i, i = 1, 2, 3$ der drei Individuen seien dabei wie folgt gegeben:

$$U_1 = 4 \ln(x_1) + \ln(x_2) + \ln(x_3)$$

$$U_2 = \ln(x_1) + 2 \ln(x_2)$$

$$U_3 = \ln(x_3)$$

Bestimmen sie die optimale Aufteilung.

2. Eine gegebene Menge $\bar{x}$ eines Gutes in Höhe von 49 Einheiten soll nach einer sozialen Wohlfahrtsfunktion vom Rawls-Typ auf 3 Individuen verteilt werden. Deren individuelle Nutzenfunktionen seien wie folgt gegeben: $U_1 = \sqrt{x_1}$; $U_2 = 2 \cdot \sqrt{x_2}$; $U_3 = 3 \cdot \sqrt{x_3}$ mit $x_i, i = 1, 2, 3$ als der auf Individuum i entfallenden Gütermenge (es gilt also: $x_1 + x_2 + x_3 = \bar{x} = 49$). Bestimmen Sie auch hier die optimale Lösung.

3. Gegeben seien zwei Verteilungen einer Gütermenge $\bar{x} = 10$ auf 3 Personen ($i = 1, 2, 3$):

$$\text{Verteilung A : } x_1 = 0; \quad x_2 = 2; \quad x_3 = 8$$

$$\text{Verteilung B : } x_1 = 4; \quad x_2 = 3; \quad x_3 = 3$$

Die Nutzenfunktionen seien dabei wie folgt gegeben:

$$U_1(x_1) = 10x_1; \quad U_2(x_2) = 5x_2; \quad U_3(x_3) = 9x_3.$$

Vor diesem Hintergrund ist die folgende Aussage korrekt:

- ☐ Bei einer utilitaristischen sozialen Wohlfahrtsfunktion wird die Verteilung A der Verteilung B strikt vorgezogen.
- ☐ Bei einer utilitaristischen sozialen Wohlfahrtsfunktion wird die Verteilung B der Verteilung A strikt vorgezogen.
- ☐ Bei einer Rawls'schen sozialen Wohlfahrtsfunktion wird die Verteilung A der Verteilung B strikt vorgezogen.
- ☐ Bei einer Rawls'schen sozialen Wohlfahrtsfunktion wird die Verteilung B der Verteilung A strikt vorgezogen.

4. In einer Gesellschaft soll über drei Alternativen A, B und C abgestimmt werden. Die Wählerschaft teilt sich in bezug auf ihre Präferenzen auf 4 Gruppen auf, von denen die erste 40% der Wähler umfaßt und die übrigen 3 Gruppen jeweils 20%. Die Präferenzen sind dabei folgender Tabelle zu entnehmen:

	Wählergruppe 1 (40%)	Wählergruppe 2 (20%)	Wählergruppe 3 (20%)	Wählergruppe 4 (20%)
1. Präferenz	A	C	C	B
2. Präferenz	B	A	B	C
3. Präferenz	C	B	A	A

Es wird das Condorcet-Verfahren der paarweisen Abstimmung mit Kontrollabstimmung angewandt. Das Wahlergebnis sieht dann folgendermaßen aus:

- ☐ Alternative A gewinnt.
☐ Alternative B gewinnt.
☐ Alternative C gewinnt.
☐ Es kommt zu einer zyklischen Mehrheit.

5. In einem anderen Fall seien drei jeweils gleichstarke Wählergruppen mit den folgenden Präferenzen für die drei Alternativen A, B und C gegeben:

	Wählergruppe 1	Wählergruppe 2	Wählergruppe 3
1. Präferenz	B	C	A
2. Präferenz	A	A	C
3. Präferenz	C	B	B

- (a) Stellen Sie die Präferenzen der drei Wählergruppen graphisch dar. Was fällt auf?
 (b) Versuchen Sie, eine Permutation der drei Alternativen A, B und C zu finden, bei welcher die Präferenzen aller drei Wählergruppen eingipflig sind. Falls dies gelingt, welche Schlußfolgerung ließe sich daraus ziehen?
 (c) Überprüfen Sie Ihre Schlußfolgerung aus (b), indem Sie die drei Kandidaten A, B und C paarweise gegeneinander antreten lassen.
 (d) Gesetzt den Fall, bei einer anderen Konstellation als der obigen hätte es bei Aufgabenteil (b) keine Permutation gegeben, die zu ausschließlich eingipfligen Präferenzen führt. Gibt es in diesem Fall eine Schlußfolgerung, die sich hätte ziehen lassen?
6. Angenommen, 30 Gütereinheiten seien auf 3 Personen zu verteilen, wobei die Nutzenfunktion jeder Person i mit $U_i = \ln x_i$ gegeben sei. Es stehen hierfür die folgenden 3 Alternativen A, B , und C zur Verfügung:

$$\begin{array}{lll}
 \text{Alternative } A : & x_1 = 10; & x_2 = 10; & x_3 = 10 \\
 \text{Alternative } B : & x_1 = 11; & x_2 = 12; & x_3 = 7 \\
 \text{Alternative } C : & x_1 = 12; & x_2 = 13; & x_3 = 3
 \end{array}$$

Man beachte, daß bei Alternative C die 30 Gütereinheiten gar nicht voll ausgeschöpft werden. Bestimmen Sie nun, welche Alternative gewählt wird, wenn die Auswahl aufgrund

- einer utilitaristischen sozialen Wohlfahrtsfunktion
- einer Mehrheitswahl
- einer paarweisen Abstimmung
- einer Borda-Wahl erfolgt.