Übungen zur Wirtschaftspolitik

Übungsblatt 2

1. Gegeben seien 2 Personen mit jeweils identischen Nutzenfunktionen:

$$U_1 = x_1^\alpha \quad \text{und} \quad U_2 = x_2^\alpha, \quad 0 < \alpha < 1$$

wobei x ein Gut sei, von dem die Menge $\bar{x}$ zur Verfügung steht, so daß $x_1 + x_2 = \bar{x}$ gilt.

   (a) Leiten Sie hieraus die Menge aller möglichen Nutzenkombinationen (U_1, U_2) her und zeichnen Sie diese in ein Diagramm ein.

   (b) Führen Sie nun die gleichen Überlegungen für den Fall durch, daß beide Individuen grundsätzlich altruistisch eingestellt sind und folgende Nutzenfunktionen haben:

$$U_1 = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha} \quad \text{und} \quad U_2 = x_2^\alpha x_1^{1-\alpha} \quad 0 < \alpha < 1.$$

   Betrachten Sie den Fall $\alpha = \frac{1}{2}$. Wie sieht jetzt die Pareto-Grenze aus?

2. Betrachten Sie ein Land, in dem gerade darüber debattiert wird, ob der Markt für ein landwirtschaftliches Produkt, das auch im Inland hergestellt wird, für Importe aus dem Ausland geöffnet werden soll. Angenommen, alle n Einwohner des Landes haben die gleiche Nutzenfunktion (u), die zudem linear im Einkommen (y) sei (also $u(y_i) = ay_i \quad \forall i = 1, ..., n$). Der Anteil der inländischen Produzenten des Gutes ("Gruppe A") an der Gesamtbevölkerung sei mit 2 % gegeben. Im Falle der Marktöffnung hätten diese pro Person einen Einkommensrückgang in Höhe von $\Delta y_A = -50$ zu erwarten, der übrige Teil der Bevölkerung ("Gruppe B") dagegen einen Einkommenszuwachs von $\Delta y_B = 1,5$.

   (a) Wie würde die Entscheidung nach dem Kaldor'schen Kompensationskriterium ausfallen?

   (b) Wie würde die Entscheidung in der betrachteten Gesellschaft womöglich tatsächlich aussehen und warum? (Zur besseren Untermalung der Situation können Sie sich hier z.B. vorstellen, daß in der Ausgangslage alle Personen ein Einkommen von $y_i = 150$ haben ($i = 1, ..., n$).)

3. Überprüfen Sie die folgenden beiden sozialen Wohlfahrtsfunktionen daraufhin, ob sie den Axiomen 1 und 2 für eine SWF entsprechen. Die individuellen Bewertungen des jeweiligen Zustands x seien jeweils mit $V_i(x)$ bezeichnet.

   (a) Rawls'sche SWF : $W(x) = \min\{V_1(x), ..., V_N(x)\}$

   (b) SWF nach Bergson/Samuelson : $W(x) = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i V_i(x)$ mit $\alpha_i \geq 0, \quad i = 1, ..., N$

   Wovon ist die Beantwortung der Frage in (b) abhängig?

4. Ein Dozent steht vor der Aufgabe, im Rahmen eines Seminars 5 Themen $(1,2,3,4,5)$ auf 5 Teilnehmer (A,B,C,D,E) so zu verteilen, daß kein Thema doppelt oder mehrfach vergeben wird. Die Präferenzen der Studierenden seien dabei wie folgt gegeben:

Teilnehmer	1. Präf.	2. Präf.	3. Präf.	4. Präf.	5. Präf.
A	5	2	3	4	1
B	5	3	1	4	2
C	3	1	4	2	5
D	1	2	3	5	4
E	2	3	5	4	1

Zur Vereinfachung sei angenommen, daß alle Teilnehmer dieselbe Nutzenfunktion haben: $V_i = a \cdot (5 - p_i), \quad a > 0, \quad i = A,B,C,D,E$ mit p_i als zugeteilter Präferenz.

(a) Welche Aufteilungen sind möglich, wenn der Dozent zunächst nach dem Rawls-Kriterium auswählt?

(b) Filtern Sie unter den in (a) ermittelten Allokationen die pareto-effizienten heraus.

(c) Für welche der Aufteilungen aus (b) würde man sich bei Verwendung einer utilitaristischen sozialen Wohlfahrtsfunktion entscheiden?

(d) Gäbe es ohne die vorherige Einschränkung nach dem Rawls-Kriterium weitere pareto-effiziente Aufteilungen? Wie hoch wäre bei diesen der Wert der sozialen Wohlfahrtsfunktion aus (c)?

5. Ein Sozialplaner steht vor der Aufgabe, eine Gütermenge von $\bar{x} = 20$ Einheiten so auf drei Individuen zu verteilen, daß eine auf deren Präferenzen basierende <u>utilitaristische</u> soziale Wohlfahrtsfunktion maximiert wird. Sei mit x_i die Menge bezeichnet, die Individuum i bekommt. Die Nutzenfunktionen $U_i, i = 1,2,3$ der drei Individuen seien dabei wie folgt gegeben:

$$\begin{aligned} U_1 &= 4\ln(x_1) + \ln(x_2) + \ln(x_3) \\ U_2 &= \ln(x_1) + 2\ln(x_2) \\ U_3 &= \ln(x_3) \end{aligned}$$

Bestimmen sie die optimale Aufteilung.

6. Eine gegebene Menge $\bar{x}$ eines Gutes in Höhe von 49 Einheiten soll nach einer sozialen Wohlfahrtsfunktion vom Rawls-Typ auf 3 Individuen verteilt werden. Deren individuelle Nutzenfunktionen seien wie folgt gegeben: $U_1 = \sqrt{x_1}; \quad U_2 = 2 \cdot \sqrt{x_2}; \quad U_3 = 3 \cdot \sqrt{x_3}$ mit $x_i, i = 1,2,3$ als der auf Individuum i entfallenden Gütermenge (es gilt also: $x_1 + x_2 + x_3 = \bar{x} = 49$). Bestimmen Sie auch hier die optimale Lösung.